

# AULA T09 – EXTENSÓMETROS

## Conteúdo

Princípio de funcionamento.

Sensibilidade. Factor do extensómetro.

Circuitos de medida. Compensação de temperatura

## 1. Princípio de funcionamento

O *extensómetro* é dos dispositivos mais utilizados para medir *deformações* de materiais. O seu princípio de funcionamento tem como base a *variação da resistência eléctrica* de um condutor que é submetido a uma deformação.

Considere-se um material, condutor eléctrico, de comprimento  $\ell$  e secção transversal  $S$ . A resistência eléctrica deste condutor,  $R$ , é proporcional ao seu comprimento e inversamente proporcional à sua secção transversal, sendo pois dada por

$$R = \rho \frac{\ell}{S} \quad (9.1)$$

O coeficiente de proporcionalidade  $\rho$  é a *resistividade eléctrica*; depende do material, da temperatura e da orientação do material, se este não for *isótropo*.

Se o material do condutor referido for submetido a uma força longitudinal, vai sofrer uma deformação, que provocará uma variação de  $\ell$ , de  $S$  e mesmo de  $\rho$ . Diferenciando a expressão (9.1) e dividindo ambos os membros por  $R$ , obtém-se

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + \frac{d\ell}{\ell} - \frac{dS}{S} \quad (9.2)$$

Os termos da equação (9.2) são as variações elementares,

$$\begin{array}{ll} dR - \text{da resistência do material,} & d\rho - \text{da resistividade eléctrica,} \\ d\ell - \text{do comprimento,} & dS - \text{da secção recta.} \end{array}$$

Viu-se anteriormente que  $d\ell/\ell$  é designada por *deformação axial relativa*,  $\varepsilon_a$ . Viu-se também que associada a uma deformação axial existe uma *deformação transversal*,  $\varepsilon_t$ , dada por  $\varepsilon_t = -\nu\varepsilon_a$ , em que  $\nu$  é o *coeficiente de Poisson* do material.

Nestas condições, supondo o condutor cilíndrico e representando por  $d_0$  e por  $d_f$  o diâmetro do condutor do extensómetro antes e depois de sujeito à deformação, tem-se,

$$d_f = d_0 \left(1 - \nu \frac{d\ell}{\ell}\right) \quad (9.3)$$

e portanto,

$$\frac{dS}{S} = -2\nu \frac{d\ell}{\ell} + \nu^2 \left(\frac{d\ell}{\ell}\right)^2 \quad (9.4)$$

Quando se trata de pequenas deformações, que é o caso corrente nas medidas com extensómetros, a expressão (9.4) pode ser aproximada por

$$\frac{dS}{S} = -2\nu \frac{d\ell}{\ell} \quad (9.5)$$

Substituindo (9.5) em (9.2) obtém-se

$$\frac{dR}{R} = \frac{d\rho}{\rho} + (1 + 2\nu) \frac{d\ell}{\ell} \quad (9.6)$$

## 2. Sensibilidade. Factor do extensómetro

A *sensibilidade* do material do extensómetro,  $S_A$ , é dada pela relação entre a variação relativa da sua resistência e a deformação que lhe deu origem, ou seja,

$$S_A = \frac{dR/R}{d\ell/\ell} = \frac{dR/R}{\varepsilon_a} \quad (9.7)$$

Substituindo nesta expressão o valor relativo da resistência dado por (9.6) obtém-se

$$S_A = \frac{d\rho}{\rho} + (1 + 2\nu) \quad (9.8)$$

O valor de  $\nu$  varia ligeiramente com o tipo de material, sendo aproximadamente igual a 0.3.

Os ensaios com extensómetros mostram que as sensibilidades, no caso de ligas metálicas, estão compreendidas entre 2 e 4. assim, segundo (9.8), a sensibilidade de um extensómetro tem um termo dependente da sua configuração geométrica,  $1+2\nu$ , que é aproximadamente igual a 1.6 para todos os materiais, e um termo variável entre 0.4 e 2.4 consoante o material, que é dependente da variação da resistividade.

Na tabela seguinte apresenta-se uma lista de materiais utilizados na construção de extensómetros, indicando-se também as respectivas sensibilidades.

<i>Nome do material</i>	<i>Composição, %</i>	<i>Sensibilidade, <math>S_A</math></i>
Armour D	70 Fe, 20 Cr, 10 Al	2.0
Constantan (ou Advance)	45 Ni, 55 Cu	2.1
Isoelástico	36 Ni, 8 Cr, 0.5 Mo, 55.5 Fe	3.6
Karma	74 Ni, 20 Cr, 3 Al, 3 Fe	2.0
Nicrómio	80 Ni, 20 Cr	2.1
Platina/ Tungsténio	92 Pt, 8 W	4.0

Os extensómetros são utilizados para medir deformações superficiais de materiais: barragens, edifícios, pontes, estruturas metálicas, veios de transmissão de motores, membranas metálicas, etc. Por terem uma aplicação muito variada constroem-se com as mais diversa formas e dimensões, variando estas desde a fracção de milímetro até dezenas de centímetros. A Fig. 1 mostra a forma que têm alguns dos extensómetros existentes no mercado.

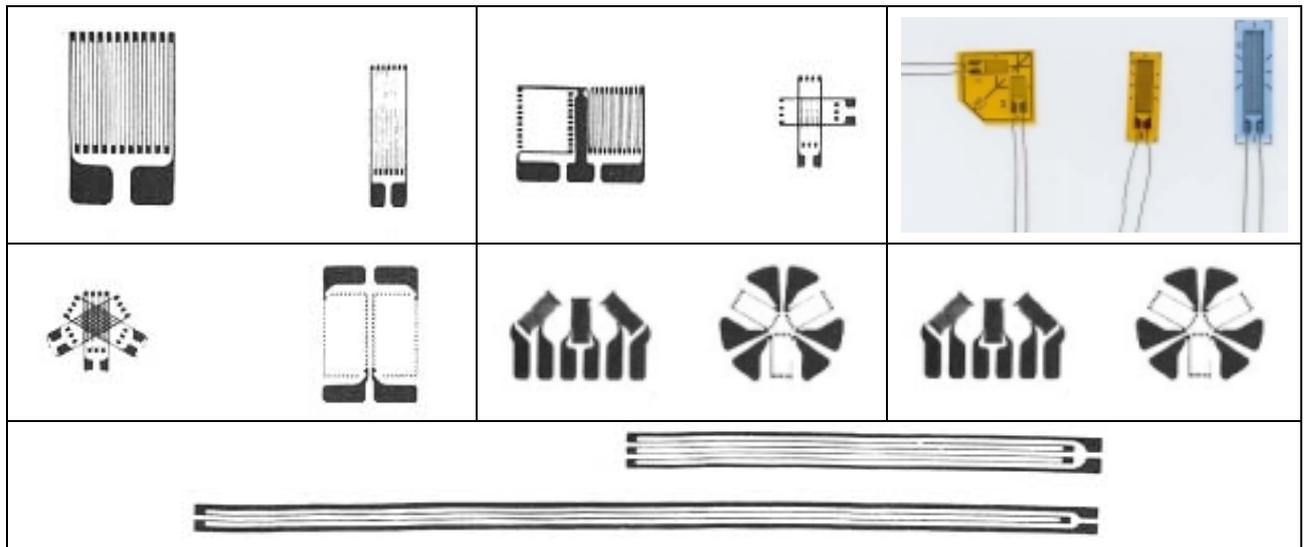


Fig. 1 – Aspecto de alguns extensómetros

Os extensómetros são habitualmente *colados* às superfícies nas quais se pretende medir as deformações. A cola deverá ter características tais que permita uma *boa adesão* do extensómetro à superfície; *não deve ser demasiado rígida* de modo a impedir a deformação do material onde se cola o extensómetro.

Pela observação da Fig. 1 conclui-se que a direcção do filamento metálico constituinte do extensómetro muda de direcção. Mesmo para os extensómetros alongados, quando colados paralelamente à direcção da deformação, há pequenos troços da resistência que não estão sujeitos a deformação longitudinal. Por esta razão, a *sensibilidade global* do extensómetro é inferior à *sensibilidade do material* no sentido longitudinal  $S_A$ . É costume representar a sensibilidade global do extensómetro por  $S_g$  e dar-se-lhe o nome de *factor do extensómetro* (“*gauge factor*”).

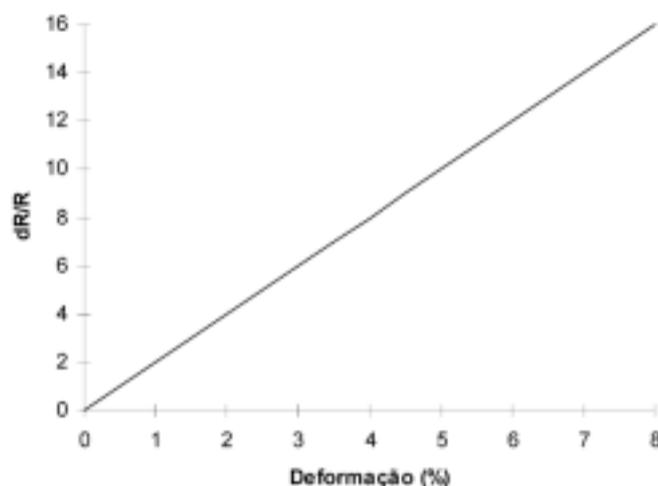


Fig. 2 – Resistência em função da deformação.

Tem-se assim

$$S_g = \frac{dR/R}{\epsilon_a} \quad (9.9)$$

em que  $\epsilon_a$  representa a deformação do material segundo a direcção principal do extensómetro.

Os extensómetros constroem-se com resistências eléctricas típicas de 120 e 350  $\Omega$ , havendo no entanto disponíveis extensómetros com resistências de 500, 1000 e 5000  $\Omega$ .

A variação de resistência  $\Delta R/R$  é linear com  $\epsilon_a$ , desde que a deformação não ultrapasse o valor de 5 a 10 %, como se mostra na Fig. 2.

### 3. Circuitos de medida. Compensação de temperatura

Uma das formas de efectuar a medição do valor da resistência de um extensómetro consiste na utilização de uma *ponte de Wheatstone*. O extensómetro é colocado num dos ramos da ponte, como se mostra na Fig. 3.

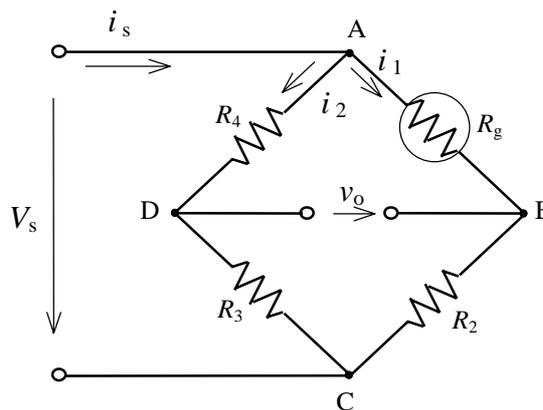


Fig. 3 – Extensómetro numa ponte de Wheatstone.

a tensão de desequilíbrio da ponte é dada por

$$v_0 = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} V_s \quad (9.10)$$

Fazendo  $R_1=R_2=R_3=R_{g0}$  ( $R_g$  sem deformação) e desde que  $\Delta R/R$  não ultrapasse cerca de 10 %

$$v_0 = \frac{V_s}{4} \frac{\Delta R_g}{R_g} \quad (9.11)$$

A *sensibilidade da ponte de Wheatstone* é aumentada se for utilizado mais do que um extensómetro, desde que convenientemente colocados. Assim, por exemplo, para medir a deformação de um paralelepípedo metálico (usado como célula de medida de balanças) podem ser colocados dois extensómetros em faces opostas (Fig. 4) e ligados aos braços opostos da ponte (Fig. 5).

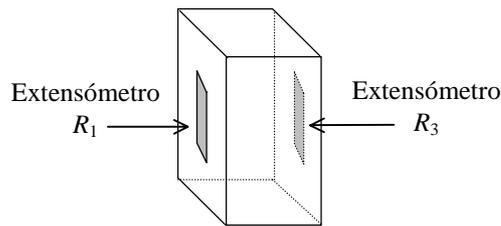


Fig. 4 – Dois extensómetros numa célula de medida de peso.

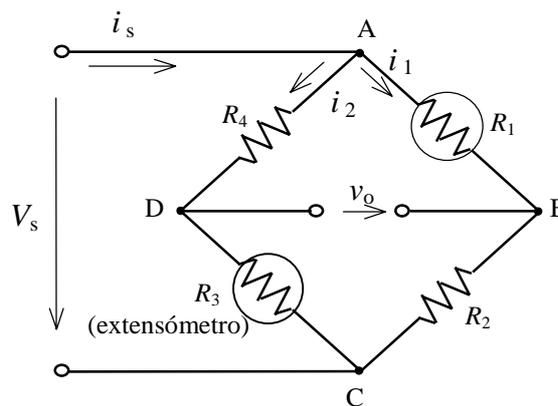


Fig. 5 – Dois extensómetros em ponte de Wheatstone.

A tensão de desequilíbrio da ponte da Fig. 5 é dada por:

$$v_0 = \frac{V_s}{2} \frac{\Delta R_g}{R_g} \quad (9.12)$$

Acontece porém que as resistências dos extensómetros são também função da temperatura. Para atenuar esta dependência utilizam-se extensómetros de compensação. Para o caso da célula de medida da Fig. 4 poder-se-iam utilizar ao todo quatro extensómetros, dois no sentido da deformação e os outros dois de compensação, colocados nas outras faces (ou até nas mesmas), mas em sentido perpendicular à deformação

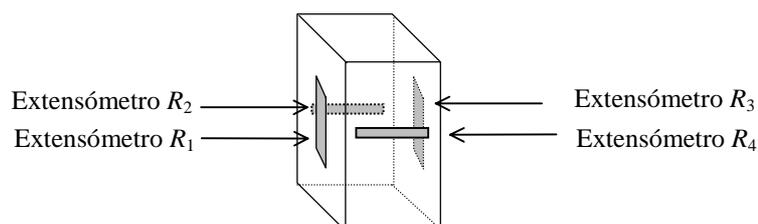


Fig. 6 – Quatro extensómetros numa célula de medida de peso.

Atendendo à relação entre  $\varepsilon_t$  e  $\varepsilon_a$ , a tensão de desequilíbrio da montagem da é dada por

$$v_o = \frac{V_s}{2}(1+\nu) \frac{\Delta R}{R} \quad (9.13)$$

ou ainda

$$v_o = \frac{V_s}{2} \frac{S_g(1+\nu)}{SY} F \quad (9.14)$$

em que

$S$  – Secção recta da célula de medida,                       $Y$  – módulo de elasticidade da célula,  
 $F$  – força aplicada.

Nesta montagem o efeito da variação da temperatura é cancelado. Os extensómetros que se encontram colocados à tracção ou à compressão são designados por **extensómetros activos**. Os que se encontram colocados perpendicularmente à direcção da deformação, servindo apenas para compensação de temperatura, dizem-se **extensómetros passivos**. Note-se que neste tipo de célula de medida os extensómetros passivos só o são parcialmente.

Em determinados casos é possível utilizar **quatro extensómetros** completamente activos nos ramos de uma ponte de Wheatstone. É por exemplo o caso em que se mede a deformação de uma **viga encastrada** sujeita a uma força na extremidade livre. Neste caso, quando a superfície superior se encontra à tracção a superfície inferior encontra-se à compressão, e vice-versa. Nesta condições, colocando dois extensómetros na face superior da viga, paralelos a esta e ligados aos ramos 1 e 3 da ponte, e colocando outros dois extensómetros na face inferior da viga, também paralelos entre si e ligados aos ramos 2 e 4 da ponte, tem-se um circuito com compensação automática de temperatura e com uma tensão de saída igual a

$$v_o = V_s \frac{\Delta R_g}{R_g} \quad (9.15)$$

Há no mercado circuitos **condicionadores de sinal** para serem utilizados com extensómetros, que incluem meia ponte de Wheatstone interna, amplificador de instrumentação ajustável, filtro passa baixo e fonte de alimentação.

A sensibilidade de uma ponte de Wheatstone que utilize extensómetros é proporcional à tensão de alimentação, como se indica nas expressões (9.11) e (9.15). Por este motivo a tensão de alimentação deve ser elevada. No entanto o seu valor não deve ser tal que conduza a exceder a potência máxima que o extensómetro pode dissipar.

Devido às variações de resistência dos extensómetros serem muito pequenas, é preciso tomar cuidado com as ligações, quer estas sejam de aperto quer sejam soldadas. Também a resistência dos cabos de ligação poderá afectar a calibração de um extensómetro. Por este motivo muitos extensómetros dispõem de três terminais de ligação (dois deles correspondem efectivamente ao mesmo ponto), para que se possa efectuar a ligação do extensómetro à ponte de medida por meio de um cabo de três condutores. Este tipo de ligação permite efectuar a compensação do erro devido à resistência eléctrica dos cabos.