

CAPÍTULO 03

CINEMÁTICA DIRETA DE POSIÇÃO.

REPRESENTAÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG

3.1 INTRODUÇÃO

Neste capítulo serão desenvolvidas as equações para a **cinemática direta de posição** para manipuladores rígidos. O problema da cinemática direta pode ser estabelecido da seguinte maneira: *dadas as variáveis das juntas de um robô, determinar a posição e a orientação do órgão terminal*. Assim, no caso de um robô articulado do tipo RRR-RRR, as dadas variáveis das juntas são os ângulos θ_i , $i = 1, 2, \dots, 6$ entre os membros do robô e o problema da cinemática direta de posição pode ser assim esquematizado:

$$\theta_i, i = 1, 2, \dots, 6 \rightarrow \begin{array}{c} \text{Cinemática} \\ \text{Direta} \\ \text{de Posição} \end{array} \rightarrow x_0, y_0, z_0, \mathbf{n}, \mathbf{s}, \mathbf{a}$$

onde x_0 , y_0 e z_0 são as coordenadas cartesianas do órgão terminal e \mathbf{n} , \mathbf{s} e \mathbf{a} são os vetores cujos componentes são os cossenos diretores dos ângulos formados pelos eixos x_6 , y_6 e z_6 do sistema do órgão terminal com os eixos do sistema da base, x_0 , y_0 e z_0 , respectivamente.

A obtenção das equações que resolvem o problema da cinemática direta, com base em conhecimentos de geometria e trigonometria, é relativamente fácil para manipuladores muito simples, como no caso do manipulador planar ilustrado no capítulo 1. Para robôs espaciais, entretanto, a formulação se torna bastante complexa, sendo preferível utilizar a **representação de Denavit-Hartenberg**, consagrada em mecanismos e em robótica. Tal representação permite tratar qualquer tipo de manipulador de uma maneira sistemática, facilitando muito a obtenção das equações da cinemática direta de posição.

3.2 CADEIAS CINEMÁTICAS

Para fins de análise cinemática, pode-se considerar o robô como uma **cadeia cinemática**, ou seja, um *conjunto de membros rígidos conectados entre si por juntas*. Em Robótica Industrial, tais juntas são

muito simples, dos tipos rotativa (R) ou prismática (P), as quais permitem apenas um grau de liberdade. Assim, a ação de cada junta pode ser descrita por uma só quantidade: o ângulo de rotação, no caso de juntas R, ou o deslocamento linear, no caso de juntas P. O objetivo da cinemática direta é determinar o efeito cumulativo do conjunto de variáveis das juntas.

A cadeia cinemática representativa de um robô pode ser **aberta**, na qual existe apenas uma junta conectando dois membros consecutivos, ou **fechada**, quando pode-se ter mais de uma junta conectando dois membros consecutivos. No presente curso serão estudados apenas os robôs com cadeia cinemática aberta, os quais constituem a grande maioria dos robôs industriais.

3.3 CONVENÇÃO PARA MEMBROS, JUNTAS E SISTEMAS DE COORDENADAS

Um robô com cadeia cinemática aberta pode ser considerado como composto de $n + 1$ membros (incluída aí a base, que é sempre o membro 0), conectados por n juntas. Os corpos são numerados de 0 a n , a partir da base. As juntas são numeradas de 1 a n , sendo que a junta i conecta o membro i ao membro $i - 1$. A i -ésima variável da junta é denotada por q_i e pode ser um deslocamento angular (junta R) ou um deslocamento linear (junta P).

A cada membro do robô é associado um sistema de coordenadas cartesianas: o sistema $O_0x_0y_0z_0$ é associado à base 0, o sistema $O_1x_1y_1z_1$ é associado ao membro 1 e assim por diante. Devido à consideração de corpo rígido, qualquer ponto do membro $i+1$ tem coordenadas constantes com relação ao sistema $O_ix_iy_iz_i$. A fig. 3.1 ilustra tais convenções:

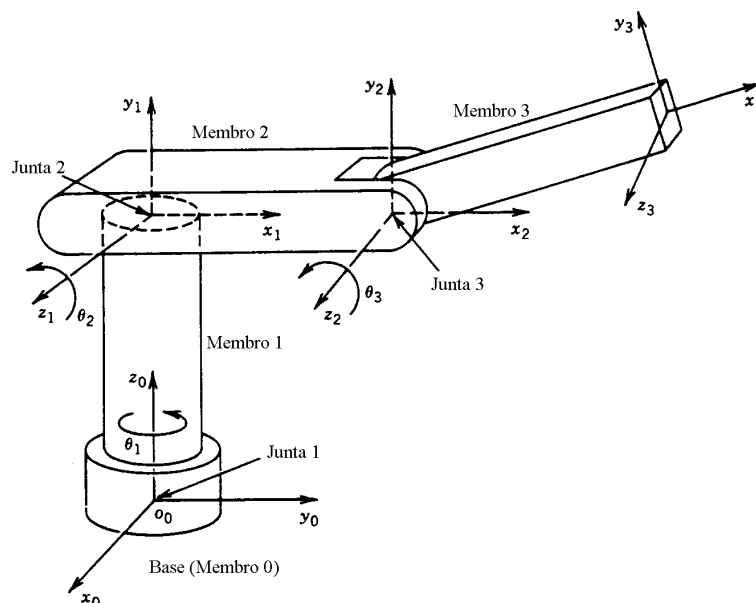


Fig. 3.1 Convenção para membros, juntas e sistemas de coordenadas

3.4 OBTENÇÃO DAS EQUAÇÕES DA CINEMÁTICA DIRETA DE POSIÇÃO

Seja \mathbf{A}_{i-1}^i a matriz de transformação do sistema do membro i para o sistema do membro $i-1$. Como cada junta tem apenas um grau de liberdade, a matriz \mathbf{A}_{i-1}^i é função apenas da variável da junta, q_i :

$$\mathbf{A}_{i-1}^i = \mathbf{A}_{i-1}^i(q_i) \quad (3.3.1)$$

Obviamente, a matriz \mathbf{A}_{i-1}^i não é constante, mas varia à medida que muda a configuração do manipulador no espaço, durante o seu movimento.

A **posição** e a **orientação** do órgão terminal, em relação ao sistema da base, pode ser obtida de duas maneiras:

(a) percorrendo a cadeia cinemática aberta, a partir da base até o órgão terminal, passando por todos os membros, ou seja, considerando as rotações sucessivas em torno dos sistemas dos membros, os quais são sistemas correntes:

$$\mathbf{H}_0^n = \mathbf{A}_0^1 \mathbf{A}_1^2 \dots \mathbf{A}_{n-1}^n \quad (3.4.1)$$

onde cada transformação homogênea \mathbf{A}_{i-1}^i é dada por

$$\mathbf{A}_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{i-1}^i & \mathbf{d}_{i-1}^i \\ \mathbf{O} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.2)$$

e onde \mathbf{R}_{i-1}^i é a matriz de rotação do sistema $O_i x_i y_i z_i$ para o sistema $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$ e \mathbf{d}_{i-1}^i é o vetor posição da origem do sistema $O_i x_i y_i z_i$ em relação ao sistema $O_{i-1} x_{i-1} y_{i-1} z_{i-1}$.

(b) indo diretamente do sistema da base ao sistema da garra, através da matriz de transformação homogênea

$$\mathbf{H}_0^n = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_0^n & \mathbf{d}_0^n \\ \mathbf{O} & 1 \end{bmatrix} \quad (3.4.3)$$

onde \mathbf{R}_0^n é a matriz de rotação do sistema do órgão terminal $O_n x_n y_n z_n$ em relação ao sistema da base $O_0 x_0 y_0 z_0$ e \mathbf{d}_0^n é o vetor posição da origem do sistema do órgão terminal $O_n x_n y_n z_n$ em relação ao sistema da base $O_0 x_0 y_0 z_0$.

Portanto, a cinemática direta de posição resume-se em determinar as matrizes dadas pelas eqs. (3.4.1) e (3.4.3) e igualá-las, obtendo-se 12 equações que fornecerão a posição do órgão terminal (através da igualdade dos 3 elementos correspondentes ao vetor posição) e a orientação do órgão terminal (através da igualdade dos 9 elementos correspondentes à matriz de rotação), em função das variáveis das juntas.

É possível obter-se uma simplificação considerável, utilizando a chamada representação de **Denavit-Hartenberg**.

3.5 REPRESENTAÇÃO DE DENAVIT-HARTENBERG (DH)

Na representação DH, consagrada em Robótica, cada matriz A_{i-1}^i é representada pelo produto de quatro transformações básicas:

$$A_{i-1}^i = R_{z,\theta} T_{z,d} T_{x,a} R_{x,\alpha} \tag{3.5.1}$$

- onde $R_{z,\theta}$ representa a rotação θ em torno do eixo z (sinal positivo dado pela regra da mão direita),
- $T_{z,d}$ representa a translação d ao longo do eixo z (sinal positivo quando a translação concorda com o sentido do eixo),
- $T_{x,a}$ representa a translação a ao longo do eixo x (sinal positivo quando a translação concorda com o sentido do eixo) e
- $R_{x,\alpha}$ representa a rotação α em torno do eixo x (sinal positivo dado pela regra da mão direita).

Os parâmetros θ , d, a e α são chamados **parâmetros do membro** ou **parâmetros DH**, os quais recebem as denominações seguintes:

- θ = ângulo
- d = excentricidade
- a = comprimento
- α = torção

Desenvolvendo a eq. (3.5.1), obtem-se:

$$A_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\text{sen}\theta_i & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & a_i & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \text{sen}\theta_i & \cos\theta_i & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_i & -\text{sen}\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & d_i & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \text{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ou
$$A_{i-1}^i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\text{sen}\theta_i \cos\alpha_i & \text{sen}\theta_i \text{sen}\alpha_i & a_i \cos\theta_i \\ \text{sen}\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \text{sen}\alpha_i & a_i \text{sen}\theta_i \\ 0 & \text{sen}\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{3.5.2}$$

Como A_{i-1}^i é função apenas da variável da junta, q_i , conclui-se que três dos quatro parâmetros DH são constantes para um determinado membro do manipulador, enquanto que o quarto parâmetro (θ , para juntas R ou d, para juntas P) é a variável da junta.

Conforme foi visto anteriormente, uma matriz de transformação homogênea é caracterizada por seis quantidades: três ângulos de rotação (que podem ser os ângulos de Euler ou os ângulos de navegação RPY) e três componentes do vetor deslocamento. Na representação DH, existem apenas quatro parâmetros. Tal redução na quantidade de parâmetros é possível devido a uma certa liberdade de escolha da posição da origem e dos eixos coordenados do sistema do membro i , se forem satisfeitas as seguintes **condições DH**:

DH1: o eixo z_{i-1} é o eixo da junta i ;

DH2: o eixo x_i é perpendicular ao eixo z_{i-1} , apontando no sentido do afastamento desse último e intercepta o eixo z_{i-1} .

A fig. 3.2 ilustra a representação DH:

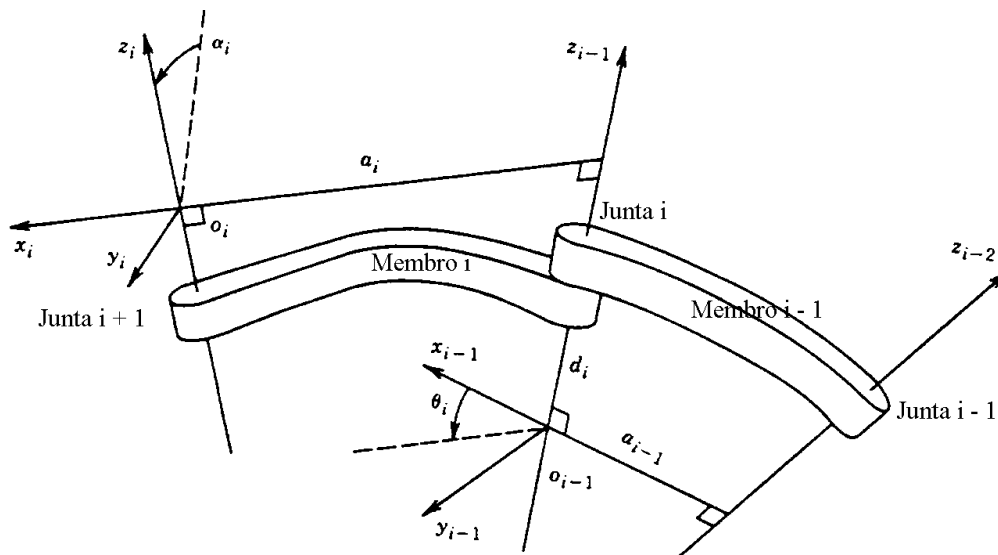


Fig. 3.2 Representação DH

Com base na fig. 3.2, pode-se, agora, dar uma interpretação física a cada parâmetro:

a_i = distância, ao longo de x_i , de O_i à interseção dos eixos x_i e z_{i-1} (ou a distância mais curta entre os eixos z_{i-1} e z_i);

d_i = distância, ao longo de z_{i-1} , de O_{i-1} à interseção dos eixos x_i e z_{i-1} ;

α_i = ângulo do eixo z_{i-1} para o eixo z_i , medido em torno de x_i (sinal dado pela regra da mão direita);

θ_i = ângulo do eixo x_{i-1} para o eixo x_i , medido em torno de z_{i-1} , (sinal dado pela regra da mão direita).

3.6 ALGORITMO DE DENAVIT-HARTENBERG PARA A CINEMÁTICA DIRETA DE POSIÇÃO

(Obs.: a definição dos sistemas de coordenadas não é única)

PASSO 1: Localizar e nomear os eixos das juntas, z_0, z_1, \dots, z_{n-1} , podendo ser os mesmos de rotação (junta R) ou de translação (junta P). O eixo z_0 deverá apontar para o ombro. Para robôs com braço (e/ou antebraço) à esquerda ou à direita do ombro, os eixos z_1 (e/ou z_2) devem apontar no sentido do tronco para o braço.

PASSO 2: Estabelecer o sistema da base $O_0x_0y_0z_0$. Colocar O_0 em qualquer lugar sobre z_0 . Os eixos x_0 e y_0 devem completar um triedro destrógiro. Colocar x_0 e y_0 em posições convenientes.

PARA $i = 1, 2, \dots, n-1$, REALIZAR OS PASSOS 3 A 5:

PASSO 3: Localizar a origem O_i onde a normal comum a z_i e z_{i-1} (reta que contem a menor distância entre z_i e z_{i-1}) intercepta z_i . Se z_i intercepta z_{i-1} , localizar O_i nessa interseção. Se z_i e z_{i-1} são paralelos, localizar O_i na junta i .

PASSO 4: Estabelecer x_i ao longo do produto vetorial $\pm(z_i \times z_{i-1})$, através de O_i , ou da normal comum aos eixos z_i e z_{i-1} , quando eles forem paralelos.

PASSO 5: Estabelecer y_i de modo a completar um sistema destrógiro.

PASSO 6: Estabelecer o sistema do órgão terminal, $O_nx_ny_nz_n$, conforme fig. 3.3, onde:

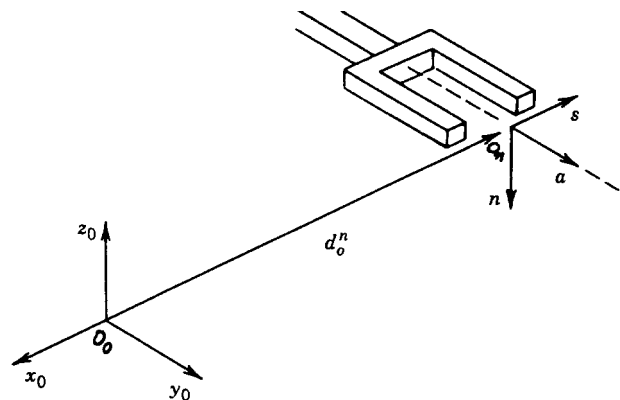


Fig. 3.3 Sistema do órgão terminal

O_n = centro do órgão terminal;

\mathbf{a} = vetor unitário na direção de aproximação ao objeto (approach) z_{n-1} ;

\mathbf{s} = vetor unitário na direção de abertura/fechamento da garra (sliding);

$\mathbf{n} = \mathbf{s} \times \mathbf{a}$ = vetor unitário na direção normal, completa o sistema destrógiro.

Obs.: em caso de conflito da disposição acima com a condição DH2, seguir essa última.

PASSO 7: Criar uma tabela com os parâmetros DH:

Corpo	a_i	α_i	d_i (*)	θ_i (**)
1				
2				
...				
n				

(*) variável, se junta P

(**) variável, se junta R

PASSO 8: Formar as matrizes de transformação homogênea, substituindo os parâmetros DH na equação (3.5.2).

PASSO 9: Formar a matriz de transformação homogênea total, substituindo as matrizes obtidas no passo 8 na eq. (3.4.1).

PASSO 10: Formar a matriz de transformação homogênea total "direta", usando a eq. (3.4.3), a qual, após desenvolvimento, apresenta a forma

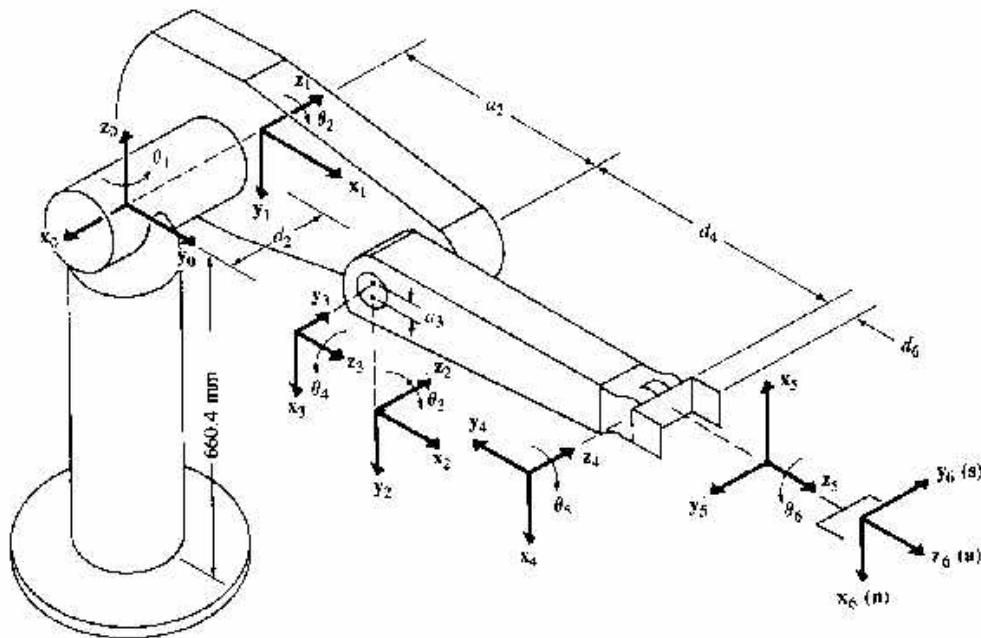
$$\mathbf{H}_0^n = \begin{bmatrix} \cos(x_n, x_0) & \cos(y_n, x_0) & \cos(z_n, x_0) & x_0 \\ \cos(x_n, y_0) & \cos(y_n, y_0) & \cos(z_n, y_0) & y_0 \\ \cos(x_n, z_0) & \cos(y_n, z_0) & \cos(z_n, z_0) & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.6.1)$$

PASSO 11: Igualar as matrizes obtidas nos passos 9 e 10, obtendo as equações da cinemática direta de posição.

Observação - a convenção DH fornece uma definição não única nos seguintes casos:

- Para o sistema da base $O_0x_0y_0z_0$, somente a direção do eixo z_0 é especificada, logo O_0 e x_0 podem ser escolhidos arbitrariamente;
- Para o sistema do órgão terminal, $O_nx_ny_nz_n$, somente a escolha do eixo x_n está estabelecida (deve estar ao longo do eixo z_{n-1});
- Quando dois eixos consecutivos são paralelos, a normal comum entre eles não está unicamente definida;
- Quando dois eixos consecutivos se interceptam, a direção de x_i é arbitrária;
- Quando a junta i é prismática, somente a direção do eixo z_{i-1} é determinada.

As figuras 3.4 e 3.5, a seguir, correspondentes, respectivamente, ao robô articulado PUMA e ao robô de Stanford, ilustram a aplicação dos passos 1 a 7 do algoritmo DH.



PARÂMETROS DH PARA O ROBÔ PUMA

Junta i	θ_i	α_i	a_i	d_i	Limites da junta i (graus)
1	θ_1	-90	0	0	-160 a -160
2	θ_2	0	431.8 mm	149.09 mm	-225 a 45
3	θ_3	90	-20.32 mm	0	45 a 225
4	θ_4	-90	0	433.07 mm	-110 a 170
5	θ_5	90	0	0	-100 a 100
6	θ_6	0	0	56.25 mm	-266 a 266

Variáveis das juntas:

$$\theta_i, i = 1, \dots, 6$$

Fig. 3.4 – Sistemas de Coordenadas e Parâmetros DH para o robô articulado PUMA

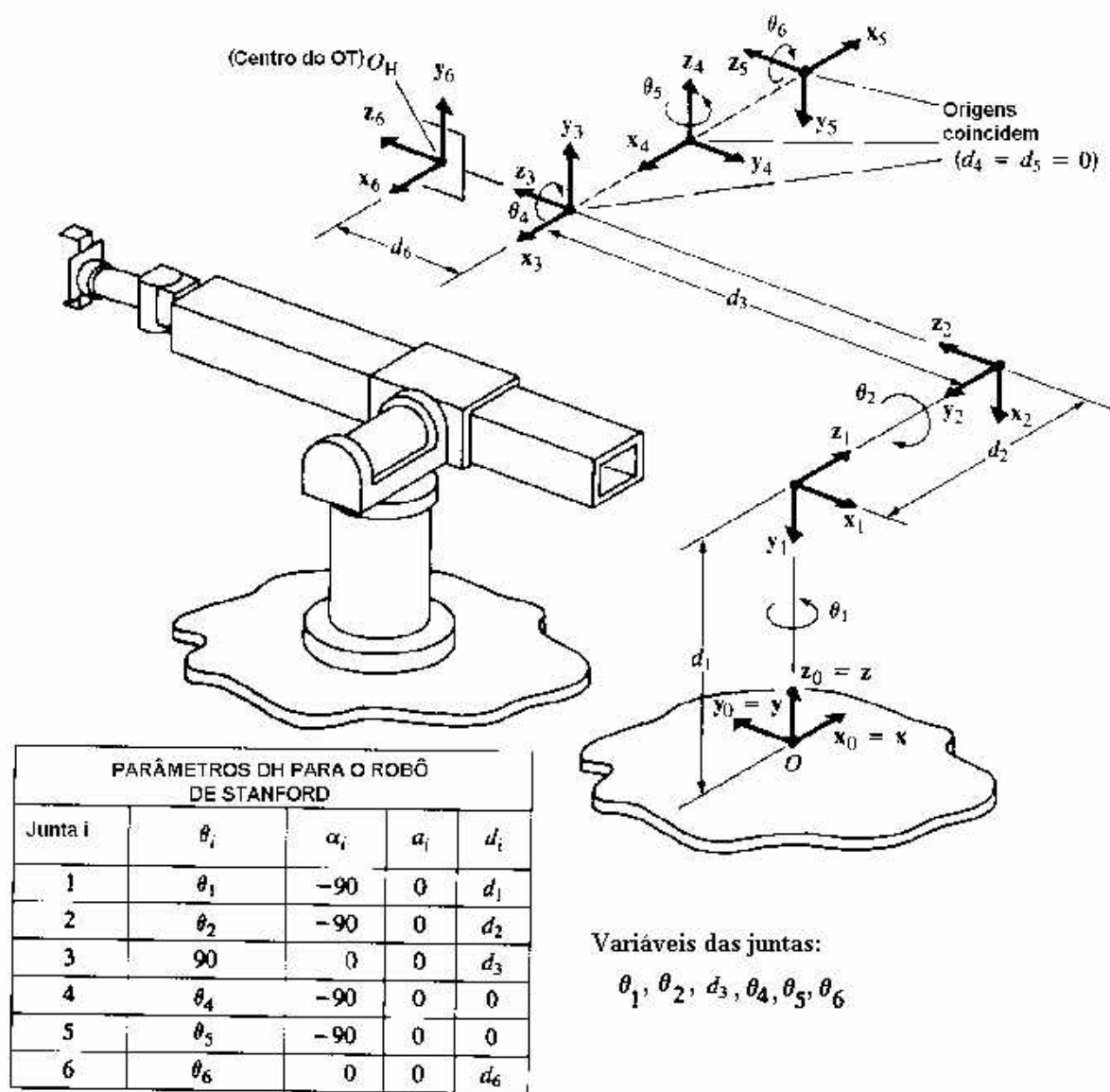


Fig. 3.5 – Sistemas de Coordenadas e Parâmetros DH para o robô de Stanford

3.7 EXEMPLO ILUSTRATIVO 1: ROBÔ CILÍNDRICO

A fig. 3.6 representa simbolicamente o robô cilíndrico RPP. Usando o algoritmo DH, desenvolver as equações da cinemática direta de posição para os três primeiros graus de liberdade.

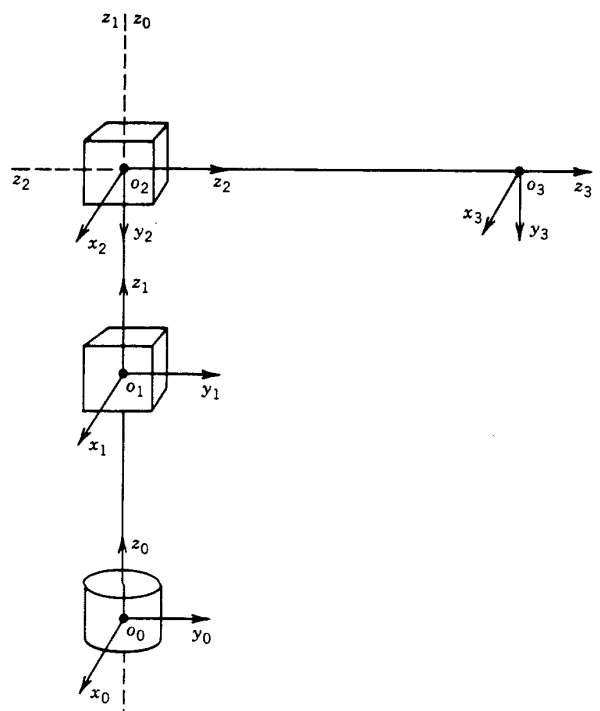


Fig. 3.6 Robô cilíndrico

Solução

Passos 1 a 6: representados na própria figura.

Passo 7:

Corpo	a_i	α_i	d_i	θ_i
1	0	0	d_1	θ_1
2	0	-90	d_2	0
3	0	0	d_3	0

Passo 8: substituindo os parâmetros DH na eq. (3.5.2):

$$i = 1: \quad \mathbf{A}^1_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & -\text{sen} \theta_1 & 0 & 0 \\ \text{sen} \theta_1 & \cos \theta_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$i = 2: \quad \mathbf{A}^2_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$i = 3: \quad \mathbf{A}^3_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Passo 9: substituindo as matrizes obtidas no passo 8 na eq. (3.4.1), obtem-se:

$$\mathbf{H}^3_0 = \mathbf{A}^1_0 \mathbf{A}^2_1 \mathbf{A}^3_2$$

$$\mathbf{H}^3_0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & -\text{sen} \theta_1 & -d_3 \text{sen} \theta_1 \\ \text{sen} \theta_1 & 0 & \cos \theta_1 & d_3 \cos \theta_1 \\ 0 & -1 & 0 & d_1 + d_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.7.1)$$

Passo 10: matriz de transformação homogênea total "direta", usando a eq. (3.6.1):

$$\mathbf{H}^n_0 = \begin{bmatrix} \cos(x_n, x_0) & \cos(y_n, x_0) & \cos(z_n, x_0) & x_0 \\ \cos(x_n, y_0) & \cos(y_n, y_0) & \cos(z_n, y_0) & y_0 \\ \cos(x_n, z_0) & \cos(y_n, z_0) & \cos(z_n, z_0) & z_0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Passo 11: igualando as matrizes obtidas nos passos 9 e 10, obtem-se as **equações da cinemática direta de posição**

$$\begin{aligned} \cos(x_3, x_0) &= \cos \theta_1 \\ \cos(y_3, x_0) &= 0 \\ \cos(z_3, x_0) &= -\text{sen} \theta_1 \\ \cos(x_3, y_0) &= \text{sen} \theta_1 \\ \cos(y_3, y_0) &= 0 \\ \cos(z_3, y_0) &= \cos \theta_1 \\ \cos(x_3, z_0) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \cos(y_3, z_0) &= -1 \\ \cos(z_3, z_0) &= 0 \end{aligned}$$

que fornecem a **orientação** do órgão terminal, e

$$\begin{aligned} x_0 &= -d_3 \text{sen} \theta_1 \\ y_0 &= d_3 \text{cos} \theta_1 \\ z_0 &= d_1 + d_2 \end{aligned}$$

que fornecem a **posição** do órgão terminal.

3.8 EXEMPLO ILUSTRATIVO 2: PUNHO ESFÉRICO

Muito usado em robótica industrial, caracteriza-se por três rotações em torno de três eixos z_3 , z_4 e z_5 , que se interceptam num mesmo ponto, denominado **centro do punho**, conforme ilustra a fig. 3.7:

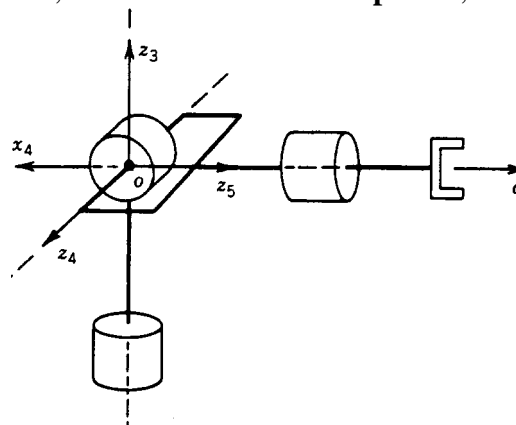


Fig. 3.7 Punho esférico

Note-se que as variáveis das juntas, θ_4 , θ_5 e θ_6 , são os ângulos de Euler ϕ , θ e ψ , com relação ao sistema de coordenadas do punho, $O_3x_3y_3z_3$. Achar a matriz de transformação homogênea \mathbf{H}_3^6 .

Solução

Trata-se, agora, de aplicar o algoritmo DH somente até o passo 9:

Passos 1 a 6: representados na própria figura.

Passo 7:

Corpo	a_i	α_i	d_i	θ_i
4	0	-90	0	θ_4

5	0	90	0	θ_5
6	0	0	d_6	θ_6

Passo 8: substituindo os parâmetros DH na eq. (3.5.2):

$$i = 4: \quad \mathbf{A}_3^4 = \begin{bmatrix} \cos\theta_4 & 0 & -\text{sen}\theta_4 & 0 \\ \text{sen}\theta_4 & 0 & \cos\theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$i = 5: \quad \mathbf{A}_4^5 = \begin{bmatrix} \cos\theta_5 & 0 & \text{sen}\theta_5 & 0 \\ \text{sen}\theta_5 & 0 & \cos\theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$i = 6: \quad \mathbf{A}_5^6 = \begin{bmatrix} \cos\theta_6 & -\text{sen}\theta_6 & 0 & 0 \\ \text{sen}\theta_6 & \cos\theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Passo 9: substituindo as matrizes obtidas no passo 8 na eq. (3.4.1), obtem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_3^6 &= \mathbf{A}_3^4 \mathbf{A}_4^5 \mathbf{A}_5^6 = \\ &= \begin{bmatrix} c_4c_5c_6 - s_4s_6 & -c_4c_5s_6 - s_4c_6 & c_4s_5 & c_4s_5d_6 \\ s_4c_5c_6 + c_4s_6 & -s_4c_5s_6 + c_4c_6 & s_4s_5 & s_4s_5d_6 \\ -s_5c_6 & s_5s_6 & c_5 & c_5d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.8.1)$$

onde foram usadas as notações $\text{sen}\theta_4 = S4$, $\cos\theta_5 = C5$, etc.

A eq. (3.8.1) é de extrema utilidade, já que a grande maioria dos robôs utilizam punhos esféricos.

3.9 EXEMPLO ILUSTRATIVO 3: ROBÔ CILÍNDRICO COM PUNHO ESFÉRICO

Como último exemplo ilustrativo, considere-se a combinação robô cilíndrico RPP com punho esférico RRR. Desenvolver as equações da cinemática direta de posição.

Solução

Examinando as duas figuras anteriores, observa-se que o eixo de rotação da junta 4 do punho esférico coincide com o eixo z_3 do robô cilíndrico. Logo, pode-se combinar as expressões desenvolvidas nos exemplos anteriores, eqs. (3.7.1) e (3.8.1), passando diretamente ao passo 9 do algoritmo DH:

$$\mathbf{H}_0^6 = \mathbf{H}_0^3 \mathbf{H}_3^6$$

Logo, executando o produto matricial acima e igualando o resultado obtido à matriz "direta" (passo 10), chega-se às equações da cinemática direta de posição (passo 11):

$$\begin{aligned} \cos(x_6, x_0) &= C1C4C5C6 - C1S4S6 + S1S5C6 \\ \cos(y_6, x_0) &= -C1C4C5S6 - C1S4C6 - S1S5S6 \\ \cos(z_6, x_0) &= C1C4S5 - S1C5 \\ \cos(x_6, y_0) &= S1C4C5C6 - S1S4S6 - C1S5C6 \\ \cos(y_6, y_0) &= -S1C4C5S6 - S1S4C6 + C1S5S6 \\ \cos(z_6, y_0) &= S1C4S5 + C1C5 \\ \cos(x_6, z_0) &= -S4C5C6 - C4S6 \\ \cos(y_6, z_0) &= S4C5S6 - C4C6 \\ \cos(z_6, z_0) &= -S4S5 \end{aligned} \tag{3.9.1}$$

que fornecem a **orientação** do órgão terminal, e

$$\begin{aligned} x_0 &= d_6 C1C4S5 - d_6 S1C5 - d_3 S1 \\ y_0 &= d_6 S1C4S5 + d_6 C1C5 + d_3 C1 \\ z_0 &= d_1 + d_2 - d_6 S4S5 \end{aligned} \tag{3.9.2}$$

que fornecem a **posição** do órgão terminal.

PROBLEMAS

3.1 Detalhar o desenvolvimento das eqs. (3.9.1) e (3.9.2).

3.2 O manipulador de Stanford (desenvolvido na Universidade de Stanford, USA) é um manipulador RRP-RRR. Apresenta a característica de ter uma excentricidade no ombro, conforme fig. 3.8, abaixo, na qual já estão desenhados os eixos das juntas (passos 1 a 6 do algoritmo DH). Sendo o punho esférico, achar as equações para a cinemática direta de posição.

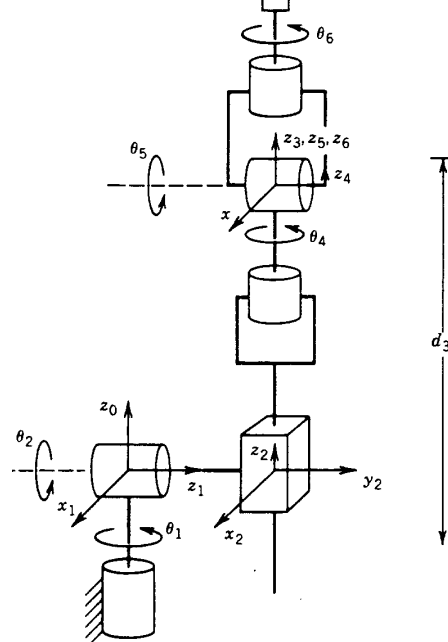


Fig. 3.8 Manipulador de Stanford

3.3 Desenvolver as equações para a cinemática direta de posição para o manipulador SCARA do Laboratório de Manufatura Integrada por Computador. Testar para posições conhecidas.

3.4 Desenvolver as equações para a cinemática direta de posição para o manipulador articulado MK3 do Laboratório de Manufatura Integrada por Computador. Testar para posições conhecidas.

3.5 Desenvolver as equações para a cinemática direta de posição para o manipulador articulado ER9 do Laboratório de Manufatura Integrada por Computador. Testar para posições conhecidas.