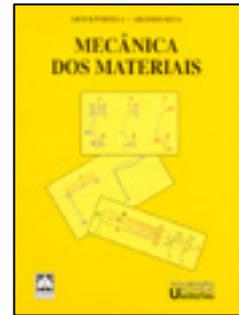


EXTENSOMETRIA

(do livro A. Portela e A. Silva: Mecânica dos Materiais, ed. Plátano, Lisboa)

(implementada a renumeração)



D.1 INTRODUÇÃO

Apresenta-se neste Anexo os elementos de extensometria que servem de apoio às aulas de laboratório.

D.2 PRINCÍPIOS DA EXTENSOMETRIA

A extensometria é um conjunto de técnicas que permitem determinar o estado de deformação em torno de um ponto de um corpo, a partir do conhecimento das extensões em várias direcções nesse ponto.

Mostra-se facilmente que, no caso da deformação dupla num ponto, basta o conhecimento das extensões em três direcções distintas no plano normal à direcção correspondente à extensão principal nula, para que fique completamente definido o estado de deformação nesse ponto.

D.3 OS EXTENSÓMETROS

Para se obter o conhecimento das extensões em direcções determinadas utilizam-se extensómetros.

Os extensómetros são aparelhos utilizados experimentalmente, para avaliar as extensões ocorridas num dado ponto e numa dada direcção numa peça ou provete. Na realidade, os extensómetros apenas medem a variação de distância (ΔL) de dois pontos inicialmente afastados de (L), distância essa que se designa por base de medida, sendo a extensão dada, como se sabe, por

$$\varepsilon = \frac{\Delta L}{L}.$$

Podem classificar-se os extensómetros de acordo com o fenómeno em que se baseia o seu princípio de funcionamento. Os tipos mais correntes de extensómetros são os seguintes:

- Extensómetros mecânicos - em que por meio de dispositivos mecânicos de alavancas e engrenagens ligados à base se obtém uma ampliação dos deslocamentos relativos das extremidades da base.

- Extensómetros ópticos - em que a ampliação do deslocamento relativo das extremidades da base é conseguido por meios ópticos (espelhos e lentes).
- Extensómetros eléctricos de resistência - que se baseiam na variação da resistência eléctrica de um condutor (circuito) quando submetido a uma deformação.
- Extensómetros acústicos ou de corda vibrante - em que a medição das extensões é realizada por auscultação do período de vibração de um fio de aço (corda vibrante) tendido entre dois pontos ligados à base de medida, sendo a auscultação feita por meio de um electro-íman.
- Extensómetros eléctricos de indução - baseados na variação da impedância do circuito de um solenoide quando submetido a uma deformação.
- Extensómetros de semi-condutores - que se baseiam na propriedade que exibem certos materiais não metálicos de variarem a resistência sob a acção de deformações.
- Extensómetros foto-elásticos - que se baseiam na propriedade que certos materiais têm de exibir características foto-elásticas quando submetidos a deformação.

D.4 ROSETAS DE EXTENSÓMETROS

Designa-se por rosetas de extensómetros, grupos de extensómetros ligados entre si de modo a ocuparem, no ponto considerado, posições geométricamente bem definidas relativamente às que se tomam para referência.

As rosetas de extensómetros podem ser planas ou tri-dimensionais.

No caso plano, em que são necessários apenas três extensómetros, as configurações mais frequentes são a roseta rectangular ou em estrela (em que os três extensómetros formam entre si ângulos de 45° e 90° como mostra a Figura D.1), e a roseta triangular ou equiangular (em que os extensómetros formam entre si ângulos de 60° , como mostra a Figura D.2).

Muitas vezes emprega-se um quarto extensómetro que servirá de aferidor-compensador das leituras feitas, surgindo assim a roseta em leque e a roseta em T, como mostram as Figuras D.3 e D.4.

Quando se conhecem previamente as direcções principais da deformação usam-se apenas dois extensómetros orientados segundo essas direcções.

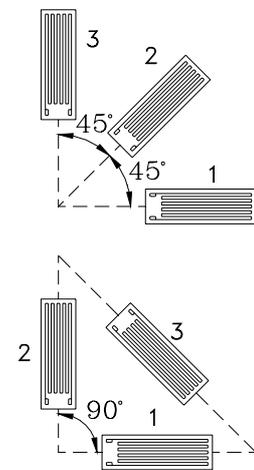


Figura D.1 - Rosetas rectangulares.

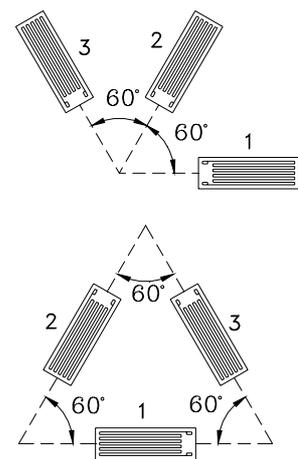


Figura D.2 - Rosetas triangulares.

No caso dos estados tri-dimensionais utilizam-se, normalmente, uma roseta rectangular de seis extensómetros dispostos segundo as arestas de um tetraedro recto elementar, podendo ainda usar-se um sétimo extensómetro como corrector colocado normalmente no plano dos extensómetros (4), (5) e (6), como mostra a Figura D.5.

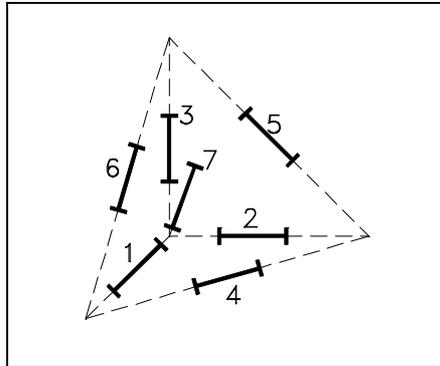


Figura D.5 - Rosetas tri-dimensionais.

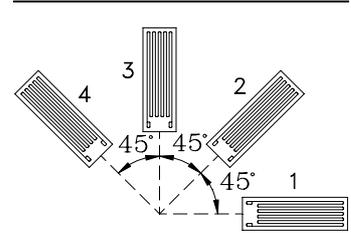


Figura D.3 - Roseta em leque.

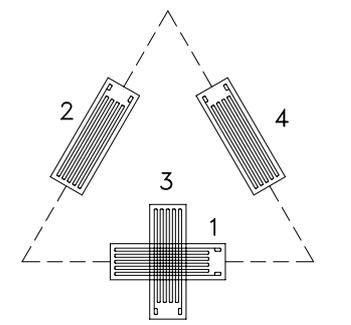
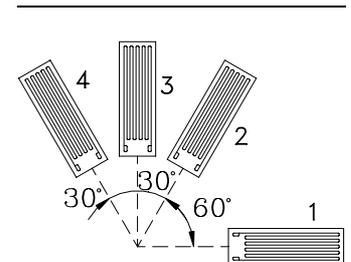


Figura D.4 - Rosetas em T-Delta.

D.5 MEDIÇÃO DE EXTENSÕES: A PONTE DE WHEATSTONE

Em 1843, o físico Sir Charles Wheatstone descobriu uma ponte para medição de resistências electricas. Esta ponte, hoje conhecida como ponte de Wheatstone, é ideal para a medição de pequenas variações de resistência, como é o caso da variação de resistência de um extensómetro.

Como atrás foi dito, um extensómetro transforma uma deformação, numa variação proporcional da sua resistência electrica. A relação entre a deformação aplicada ($\epsilon = \Delta L/L_0$) e a variação de resistência de um extensómetro é dada por

$$\frac{\Delta R}{R_0} = k \epsilon$$

onde (R_0) é a resistência inicial do extensómetro, (ΔR) a variação dessa resistência por deformação e (k), vulgarmente conhecido como factor do extensómetro, é um valor característico deste, que é verifi-

do e calculado experimentalmente.

A ponte de Wheatstone está representada esquematicamente na Figura D.6.

Os quatro braços da ponte contêm quatro resistências, (R_1) a (R_4). Se os nós (2) e (3) forem ligados a uma fonte de potência com voltagem conhecida (V_E), aparecerá uma outra diferença de potencial (V_A), entre os nós (1) e (4). O valor de (V_A) depende dos quocientes entre resistências (R_1/R_2) e (R_4/R_3). Tem-se então a seguinte equação :

$$\frac{V_A}{V_E} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} - \frac{R_4}{R_3 + R_4} = \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

A ponte de Wheatstone diz-se equilibrada quando se tem :

$$\frac{V_A}{V_E} = 0$$

Para a ponte ser equilibrada é necessário que se verifique

$$R_1 = R_2 = R_3 = R_4 \quad \text{ou então} \quad \frac{R_1}{R_2} = \frac{R_4}{R_3}$$

Partindo então do princípio que uma dada ponte de Wheatstone está equilibrada, qualquer variação de resistência em uma ou mais resistências da ponte, provocará uma diferença de potencial (V_A) diferente de zero. Se se assumir, além disso, que a variação de resistência (ΔR_i) é muito inferior à própria resistência (R_i), o que em geral é sempre válido, temos a seguinte relação

$$\frac{V_A}{V_E} = \frac{1}{4} \left(\frac{\Delta R_1}{R_1} - \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} - \frac{\Delta R_4}{R_4} \right)$$

ou noutra forma

$$\frac{V_A}{V_E} = \frac{k}{4} (\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4)$$

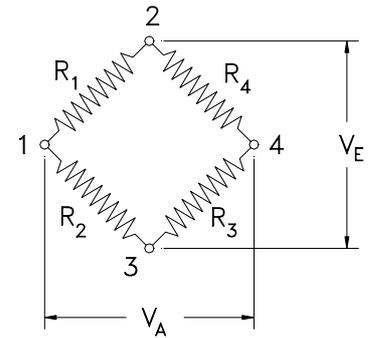


Figura D.6 - A ponte de Wheatstone.

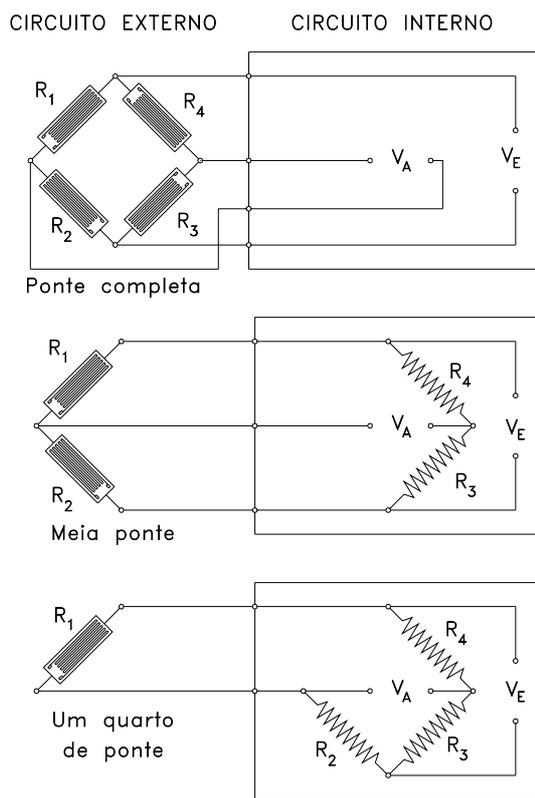


Figura D.7 - Diferentes versões da ponte de Wheatstone.

Como são então usadas as pontes de Wheatstone para a medição de extensões? Podem ser usadas de três maneiras diferentes, a saber : ponte completa, meia ponte ou um quarto de ponte. Estas designações prendem-se com o número de extensómetros usados na medição, sendo respectivamente, quatro, dois ou um extensómetros. De facto, a ponte de Wheatstone usada na medição é sempre uma ponte completa, ou seja, constituída por quatro resistências, sendo parcial ou completamente formada por extensómetros, como mostra a Figura D.7.

No circuito externo encontram-se os extensómetros, que não são mais que resistências sujeitas a deformação. No circuito interno encontram-se as resistências que não sofrem deformação, necessárias para completar a ponte.

Em geral, uma ponte de Wheatstone não é mais do que uma “caixa” com opção de ligação em ponte completa, meia ponte ou um quarto de ponte, à qual são ligados os extensómetros, que nos dá directamente os valores pretendidos.

Um exemplo prático e muito simples da aplicação da ponte de Wheatstone é a instrumentação de um provete de aço em tracção uniaxial, como mostra a Figura D.8.

Na direcção de aplicação da carga, existirá uma extensão ($\varepsilon_1 = \sigma/E$). Na direcção perpendicular ocorrerá uma extensão negativa ($\varepsilon_2 = -\nu\varepsilon_1$), pelo efeito de Poisson.

No extensómetro (1) ocorrerá uma variação de resistência ($\Delta R_1 = \varepsilon_1 k R_1$) e no extensómetro (2), uma variação de resistência ($\Delta R_2 = -\nu \varepsilon_1 k R_2$). Os extensómetros (3) e (4) comportam-se análogamente. Se todos os extensómetros forem ligados de modo a formarem uma ponte completa, teremos

$$\frac{V_A}{V_E} = \frac{k}{4}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_4) = \frac{k}{4}(\varepsilon_1 - (-\nu \varepsilon_1) + \varepsilon_3 - (-\nu \varepsilon_3))$$

Se o provete é de aço, ($\nu \approx 0,3$), e se a carga axial estiver perfeitamente centrada, ($\varepsilon_1 = \varepsilon_3$) e ($\varepsilon_2 = \varepsilon_4 = -0,3\varepsilon_1$) e por consequência teremos :

$$\frac{V_A}{V_E} \approx \frac{k}{4} \times 2,6 \times \varepsilon_1$$

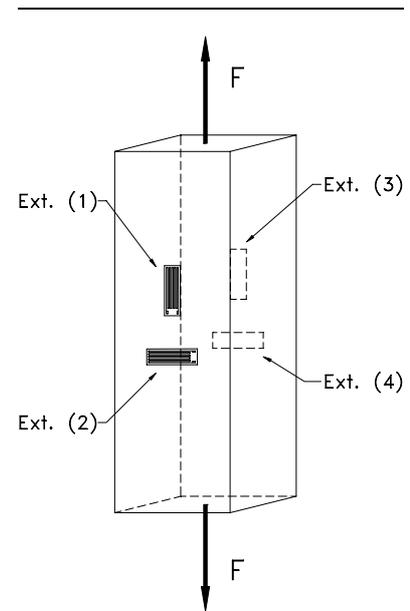


Figura D.8 - Provete em tração uniaxial instrumentado com quatro extensómetros.

Se a extensão (ε_1) for desconhecida, então podemos obtê-la por

$$\varepsilon_1 = \frac{4}{2,6k} \frac{V_A}{V_E}.$$

No caso de apenas serem ligados os extensómetros (1) e (2), formando meia ponte, convenientemente completada com um circuito interno, facilmente obteríamos

$$\frac{V_A}{V_E} = \frac{k}{4}(\varepsilon_1 - (-\nu \varepsilon_1)) = \frac{k}{4} \times 1,3 \times \varepsilon_1.$$

Finalmente, se apenas for ligado o extensómetro (1), teremos apenas um quarto de ponte, pelo que

$$\frac{V_A}{V_E} = \frac{k}{4} \varepsilon_1.$$

D.6 EXEMPLOS DE APLICAÇÃO

EXEMPLO D.1

Com uma roseta rectangular determinaram-se, segundo as direcções (1), (2) e (3), na superfície de uma chapa metálica, as seguintes extensões: $\varepsilon_1 = 600 \times 10^{-6}$, $\varepsilon_2 = -300 \times 10^{-6}$ e $\varepsilon_3 = 900 \times 10^{-6}$. Determine as extensões principais e respectiva orientação.

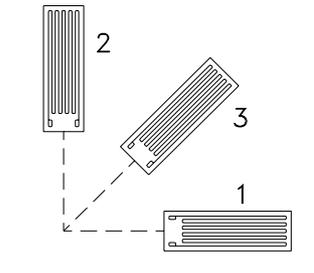


Figura D.9

RESOLUÇÃO -

$$\begin{aligned} \varepsilon_{11} &= \varepsilon_1 \\ \varepsilon_{22} &= \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} &= \frac{2\varepsilon_3 - \varepsilon_1 - \varepsilon_2}{2} = 750 \times 10^{-6} \\ \tilde{\varepsilon} &= \begin{bmatrix} 600 & 750 \\ 750 & -300 \end{bmatrix} \times 10^{-6} \end{aligned}$$

Agora, para as extensões principais usa-se o círculo de Mohr ou a técnica dos valores e vectores próprios. ■

EXEMPLO D.2

Na superfície de uma placa de aço mediram-se as extensões em direcções que fazem com o eixo (1) ângulos de 0° , 45° , 90° e 135° , como mostra a Figura D.10. As extensões medidas valem, respectivamente, 910×10^{-6} , 990×10^{-6} , 310×10^{-6} e 190×10^{-6} e estão afectadas de ligeiros erros experimentais. Compense as extensões medidas de modo a serem compatíveis com a teoria da deformação.

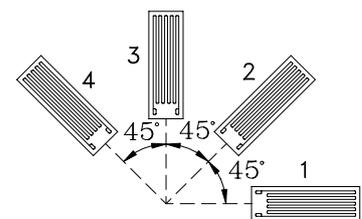


Figura D.10

RESOLUÇÃO - Como (1,3) e (2,4) são perpendiculares dois a dois, tem-se:

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 & ? \\ ? & \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \tilde{\varepsilon}' = \begin{bmatrix} \varepsilon_2 & ? \\ ? & \varepsilon_4 \end{bmatrix}$$

e em virtude do primeiro invariante, terá que ser

$$\varepsilon_1 + \varepsilon_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_4$$

Em presença de erros de medição, há que compensar um erro de

$$|\Delta\varepsilon| = |(\varepsilon_1 + \varepsilon_3) - (\varepsilon_2 + \varepsilon_4)| = 40 \times 10^{-6}$$

Admitindo que todos os extensómetros vêm afectados do mesmo erro, tem-se

$$|\Delta\varepsilon_i| = \frac{40 \times 10^{-6}}{4} = 10 \times 10^{-6}$$

Para a extensão corrigida é então

$$\overline{\varepsilon}_i = \varepsilon_i + \Delta\varepsilon_i$$

Com esta correcção terá que se verificar o 1º invariante:

$$\overline{\varepsilon}_1 + \overline{\varepsilon}_3 = \overline{\varepsilon}_2 + \overline{\varepsilon}_4$$

ou seja,

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_1 + \varepsilon_3 + \Delta\varepsilon_3 - (\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_2) - (\varepsilon_4 + \Delta\varepsilon_4) &= 0 \\ (\varepsilon_1 + \varepsilon_3) - (\varepsilon_2 + \varepsilon_4) &= 40 \times 10^{-6} = (\Delta\varepsilon_2 + \Delta\varepsilon_4) - (\Delta\varepsilon_1 + \Delta\varepsilon_3) \end{aligned}$$

Donde se conclui:

$$\Delta\varepsilon_1 = -10 \times 10^{-6}$$

$$\Delta\varepsilon_2 = +10 \times 10^{-6}$$

$$\Delta\varepsilon_3 = -10 \times 10^{-6}$$

$$\Delta\varepsilon_4 = +10 \times 10^{-6}$$

e portanto

$$\overline{\varepsilon}_1 = 900 \times 10^{-6}$$

$$\overline{\varepsilon}_2 = 1000 \times 10^{-6}$$

$$\overline{\varepsilon}_3 = 300 \times 10^{-6}$$

$$\overline{\varepsilon}_4 = 200 \times 10^{-6}$$

■