

Assim, para a perna livre completar um passo é preciso acelerar, rodar e travar a respectiva coxa, perna e pé. As limitações de velocidade resultam da inércia da perna, da largura de banda dos actuadores e da coordenação da perna. No próximo capítulo será investigada a influência do movimento da perna livre no processo de optimização do desempenho global do sistema. Por último, os problemas com o dimensionamento estrutural do robô são os menos prováveis, não merecendo destaque neste trabalho.

### 3.4 Estabilidade Postural vs. Equilíbrio do Pé de Suporte

O problema do planeamento de trajectórias de robôs bípedes é fundamentalmente diferente do caso de manipuladores fixados a uma base. Um robô bípede pode ser visto como um mecanismo balístico que interage intermitentemente com o seu ambiente através do pé. A junta pé/solo é unilateral visto que não existem forças atractivas (*i.e.*, o pé só “empurra” o solo, mas não “puxa”) e não actuada dada a ausência de um controlo motor nesse ponto. De um modo formal, estes fenómenos constituem as características inerentes dos mecanismos de locomoção e, ao mesmo tempo, a causa principal para a sua instabilidade postural e eventual queda. Nesta conformidade, é essencial assegurar as condições de equilíbrio estático do pé de suporte. Esta situação obriga a uma análise cuidada para melhor prever e eliminar o escorregamento ao longo da superfície de contacto e a rotação em torno de um ponto limite.

No caso de um robô estacionário a postura é estável desde que a projecção vertical do centro de massa (PVCoM) permaneça dentro do polígono de suporte. O afastamento desta condição é equivalente à presença de um momento não compensado sobre o pé que causará a sua rotação em torno de um ponto nos limites do polígono. Para um robô em movimento, a posição da PVCoM deixa de ser suficiente para determinar a ocorrência de rotação do pé e a estabilidade do sistema. De facto, o PVCoM é um critério estático que exclui os efeitos inerciais do movimento que podem afectar o equilíbrio. Esta questão tem motivado a utilização de outros critérios que incorporam a dinâmica do robô e indicam a existência de momentos não compensados no pé. Os mais comuns são o centro de pressão CoP, o ponto de momento zero ZMP [Vukobratovic90] e o indicador de rotação do pé FRI [Goswami99a♦99b]. Estes critérios são frequentemente usados na avaliação e controlo da estabilidade postural da locomoção bípede [Hirai98][Shih90][Takanishi85].

Nesta secção, procura-se estabelecer a relação matemática entre o equilíbrio estático do(s) pé(s) de suporte e a dinâmica do robô. Nesta linha de ideias, as limitações físicas a impor às forças e momentos aplicados nos pés são expressas na forma de duas condições, designadas pela condição de atrito e condição de equilíbrio rotacional. Os resultados obtidos permitem compreender as propriedades dos três critérios acima referidos e conceber estratégias para a sua utilização.

### 3.4.1 Condição de Atrito

A força de atrito é uma força resistente dissipativa cuja existência é, contudo, fundamental no nosso processo de locomoção (entre outros). Com efeito, a força de reacção total  $\vec{R}$  deve satisfazer certas relações entre as suas componentes horizontal ( $\vec{R}_t$ ) e vertical ( $\vec{R}_n$ ). As características de atrito entre o pé e o solo podem ser representadas pelo cone de atrito ilustrado na Figura 3.10. Se a força de reacção total está dentro deste cone de ângulo  $2\gamma$ , a componente horizontal que se opõem ao escorregamento será suficientemente intensa para evitar qualquer movimento horizontal indesejável. Isto pode ser expresso pela inequação:

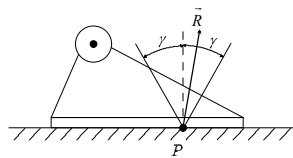
$$\frac{|\vec{R}_t|}{|\vec{R}_n|} \leq \text{tg}\gamma = \mu$$

em que  $\mu$  é o coeficiente de atrito estático entre as superfícies de contacto.

Ao longo do ciclo de locomoção as solicitações vão variando, mas a inclinação da linha de acção da reacção, em relação à normal, não pode exceder um valor limite  $\gamma$ . Nesta ordem de ideias, a não ocorrência de escorregamento é garantida desde que seja satisfeita a condição de atrito descrita pela expressão:

$$\mu_e = \max_t \left[ \frac{R_t(t)}{R_n(t)} \right] \leq \mu$$

em que  $\mu_e$  representa o coeficiente de atrito mínimo exigido.



**Figura 3.10** – Cone de atrito.

### 3.4.2 Condição de Equilíbrio Rotacional do Pé de Suporte

Para introduzir os critérios de estabilidade dinâmica, considera-se o caso geral de um robô bípede composto por  $n$  segmentos e estuda-se a sua resposta às forças/momentos externos. Na Figura 3.11 representa-se um robô bípede na fase de SS com as forças dinâmicas sobre o segmento  $i$ .

As forças externas que actuam sobre o robô são a resultante da força e momento de reacção no solo,  $\vec{R}$  e  $\vec{M}$ , e da força gravítica,  $m\vec{g}$ . A equação de equilíbrio rotacional é obtida notando que a soma dos momentos das forças externas que actuam sobre o robô, calculados no centro de massa (CoM) ou em qualquer ponto estacionário de referência, é igual à soma da taxa de variação do momento angular dos segmentos individuais em torno desse ponto. Calculando os momentos na origem  $O$ , obtém-se:

$$\vec{M} + \vec{OP} \times \vec{R} + \sum_{i=1}^n \vec{OG}_i \times m_i \vec{g} = \sum_{i=1}^n \vec{H}_{G_i} + \sum_{i=1}^n \vec{OG}_i \times m_i \vec{a}_i \quad (3.23)$$

sendo  $m_i$  a massa,  $G_i$  a localização do CoM,  $\vec{a}_i$  a aceleração linear do CoM e  $\vec{H}_{G_i}$  o momento angular em torno do centro de massa do segmento  $i$ .

Nesta abordagem, pretende-se focar toda a atenção no segmento do pé que interage com o ambiente. Este segmento está sujeito às forças de reacção do elo mecânico vizinho (perna), ao binário aplicado à junta do tornozelo, à força de gravidade e às forças de reacção do solo. Visto a partir do pé de suporte, a dinâmica do resto do robô pode ser representada pela força e binário no tornozelo, respectivamente,  $-\vec{R}_1$  e  $-\vec{\tau}_1$ .

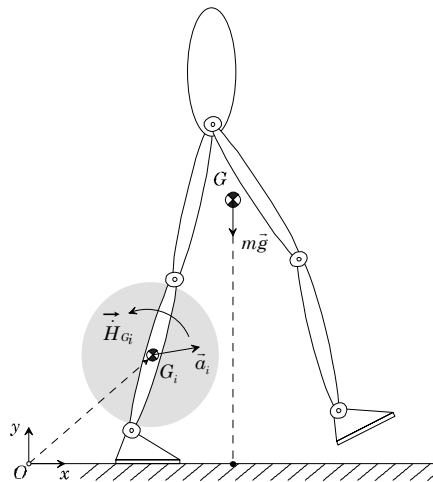
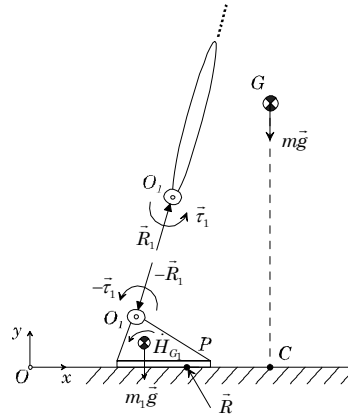


Figura 3.11 – Robô bípede na fase de suporte singular.



**Figura 3.12** – Forças e momentos aplicados no pé de suporte; o CoM, a PVCoM e o CoP estão representados, respectivamente, pelos pontos  $G$ ,  $C$  e  $P$ .

A Figura 3.12 ilustra as forças/momentos que intervêm no segmento do pé no caso de artificialmente se desligar do resto do robô. A equação de equilíbrio dinâmico do pé de suporte obedece à expressão:

$$\vec{M} + \vec{OP} \times \vec{R} + \vec{OG}_1 \times m_1 \vec{g} - \vec{\tau}_1 - \vec{OO}_1 \times \vec{R}_1 = \vec{H}_{G_1} + \vec{OG}_1 \times m_1 \vec{a}_1 \quad (3.24)$$

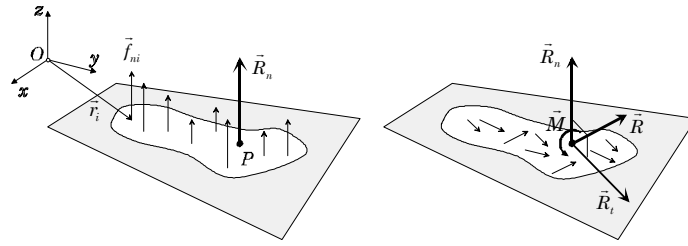
Por sua vez, a equação de equilíbrio estático é obtida igualando a zero os termos dinâmicos da equação anterior, ou seja:

$$\vec{M} + \vec{OP} \times \vec{R} + \vec{OG}_1 \times m_1 \vec{g} - \vec{\tau}_1 - \vec{OO}_1 \times \vec{R}_1 = \vec{0} \quad (3.25)$$

De salientar que para derivar a Equação 3.25 é possível calcular os momentos em qualquer outro ponto de referência estacionário (e.g., o centro de pressão). Na Figura 3.13 ilustram-se os dois tipos de forças de interação que actuam entre o pé e o solo, isto é, as forças tangenciais  $\vec{f}_{ti}$  e as forças normais  $\vec{f}_{ni}$ . O CoP pode ser definido como o ponto  $P$  em que actua a resultante  $\vec{R}_n = \sum_i \vec{f}_{ni}$ . Em relação a um sistema de coordenadas de origem  $O$ , o CoP é definido pelo vector posição:

$$\vec{OP} = \frac{\sum_i \vec{r}_i f_{ni}}{\sum_i f_{ni}} \quad (3.26)$$

em que  $f_{ni}$  são os valores algébricos das forças e  $\vec{r}_i$  os vectores posição das origens.



**Figura 3.13** – Forças de reacção normais e tangenciais do solo sobre o pé de suporte.

Pela análise da Equação 3.26, verifica-se que o centro de pressão CoP está confinado ao polígono de suporte. Por outro lado, a resultante das forças tangenciais pode ser representada no ponto  $P$  pela força  $\vec{R}_t = \sum_i \vec{f}_{ti}$  e pelo momento  $\vec{M} = \sum_i \vec{r}_i \times \vec{f}_{ti}$ . O pé de suporte fica sujeito a uma força total de reacção do solo  $\vec{R} = \vec{R}_t + \vec{R}_n$  e um momento de reacção do solo  $\vec{M}$ . A força de reacção do solo,  $\vec{R}$ , combina a acção da gravidade sobre o sistema e as acelerações de todos os seus segmentos. A equação resultante tem a forma:

$$\vec{R} = \sum_{i=1}^n m_i (\vec{a}_i - \vec{g}) \quad (3.27)$$

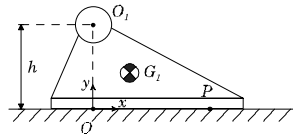
sendo  $\vec{a}_i$  o vector aceleração linear do segmento  $i$ .

Neste estudo ignora-se o momento resultante  $\vec{M}$  (*i.e.*, a rotação do pé em torno da normal ao solo) uma vez que não contribui para a perda de equilíbrio no plano sagital. Ao mesmo tempo, considera-se que o atrito pé/solo é suficientemente elevado para evitar quaisquer deslizamentos. Nesta ordem de ideias, o centro de pressão representa um ponto especial em que a Equação 3.25 pode ser reduzida a uma forma simples:

$$\vec{PG}_1 \times m_1 \vec{g} - \vec{\tau}_1 - \vec{PO}_1 \times \vec{R}_1 = \vec{0} \quad (3.28)$$

Em equilíbrio estático, a localização do CoP pode ser obtida a partir da Equação 3.28 mediante a substituição do termo  $\vec{R}_1 = \vec{R} + m_1 \vec{g}$ . Em relação ao referencial  $(O, x, y)$  da Figura 3.14, a coordenada do ponto  $P$ , segundo a direcção  $X$ , é dada por:

$$P_x = \frac{\tau_1 - hR_t + G_{1x}m_1g}{R_n} \quad (3.29)$$



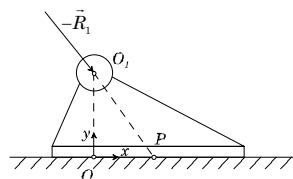
**Figura 3.14** – Sistema de coordenadas usado no cálculo do CoP.

No seguimento deste trabalho serão efectuadas algumas simplificações no cálculo do CoP que resultam da eliminação de algumas variáveis (Tabela 3.1).

PÉ DE SUPORTE ESTACIONÁRIO	
Simplificação	Coordenada do CoP
$h = 0$	$P_x = \frac{\tau_1 - G_{1x}m_1g}{R_n}$
$m_1 = 0$	$P_x = \frac{\tau_1 - hR_t}{R_n}$
$h = 0, m_1 = 0$	$P_x = \frac{\tau_1}{R_n}$
$\tau_1 = 0, m_1 = 0$	$P_x = \frac{-hR_t}{R_n}$

**Tabela 3.1** – Coordenada do CoP em relação ao referencial  $(O, x, y)$ .

É interessante verificar que nos robôs bípodes de tornozelos não actuados  $\tau_1 = 0$  (*i.e.*, puramente dinâmicos) o centro de pressão é o ponto que resulta da intersecção do prolongamento da linha de acção da força de reacção  $\vec{R}_1$  com o solo (Figura 3.15). Este resultado explica, em certa medida, o facto dos robôs puramente dinâmicos representarem um desafio acrescido ao nível do planeamento e controlo de estabilidade.



**Figura 3.15** – Centro de pressão para bípodes puramente dinâmicos.

Na presença de um momento não compensado sobre o pé, a Equação 3.28 deixa de ser satisfeita para qualquer ponto  $P$  dentro do polígono de suporte. Com o CoP situado num ponto fronteira é ainda possível encontrar um ponto  $F$ , fora destes limites, que satisfaça esta equação, ou seja:

$$\overrightarrow{FG}_1 \times m_1 \vec{g} - \vec{\tau}_1 - \overrightarrow{FO}_1 \times \vec{R}_1 = \vec{0} \quad (3.30)$$

O ponto  $F$  é designado por indicador de rotação do pé tendo sido definido por Goswami [Goswami99a♦99b] como: “o ponto na superfície de contacto pé/solo, dentro ou fora do polígono de suporte, no qual o momento resultante da força/binário imposto no pé é normal à superfície”. Esta força/binário imposto no pé é relativo à força/binário na junta do tornozelo mais o peso do pé e não às forças de reacção do solo. De forma semelhante ao CoP, a coordenada do ponto  $F$  pode ser calculada a partir da expressão:

$$F_x = \frac{\tau_1 - hR_t + G_{1x}m_1g}{R_n} \quad (3.31)$$

Em alternativa, uma expressão explícita para as coordenadas do ponto  $F$  pode ser obtida calculando a dinâmica do robô excepto o segmento do pé, ou seja:

$$\vec{\tau}_1 + \overrightarrow{FO}_1 \times \vec{R}_1 + \sum_{i=2}^n \overrightarrow{FG}_i \times m_i \vec{g} = \sum_{i=2}^n \vec{H}_{G_i} + \sum_{i=2}^n \overrightarrow{FG}_i \times m_i \vec{a}_i \quad (3.32)$$

Usando a Equação 3.32 em 3.30 é possível obter uma expressão final da forma:

$$F_x = \frac{m_1 \overline{OG}_{1x} g + \sum_{i=2}^n m_i \overline{OG}_{ix} (a_{iz} + g) - \sum_{i=2}^n m_i \overline{OG}_{iz} a_{ix} - \sum_{i=2}^n \dot{H}_{G_{iy}}}{m_1 g + \sum_{i=2}^n m_i (a_{iy} + g)} \quad (3.33)$$

Para além da complexidade dos cálculos, existem situações favoráveis à utilização de uma ou outra expressão. Por um lado, a expressão (3.31) é indicada como critério de estabilidade postural durante o controlo do robô. Algumas das propriedades importantes do FRI que podem ser exploradas no controlo são:

- A margem de estabilidade pode ser quantificada dado que a rotação iminente do pé é indicada pelo movimento do ponto  $F$  em direcção aos limites do polígono de suporte.

- A saída dos limites do pé de suporte indica a ocorrência de rotação do pé e a sua direcção (*i.e.*, sobre o calcanhar ou os dedos do pé).
- A magnitude do momento não compensado exercido sobre o pé é proporcional à distância entre o ponto  $F$  e um ponto  $A$  nos limites do polígono de suporte. O momento total  $\vec{M}_A$  devido à força/binário na junta do tornozelo e ao peso do pé, em torno de  $A$ , é dado por:

$$\vec{M}_A = \vec{AG}_1 \times m_1 \vec{g} - \vec{\tau}_1 - \vec{AO}_1 \times \vec{R}_1 = \vec{AF} \times (m_1 \vec{g} - \vec{R}_1) \quad (3.34)$$

Se o ponto  $F$  estiver situado dentro do polígono de suporte então  $\vec{M}_A$  é contra actuado pelo momento devido à força de reacção do solo  $\vec{R}$ , sendo a compensação efectiva. Caso contrário, o módulo de  $\vec{M}_A$  representa a magnitude do momento não compensado que dá origem à rotação do pé.

Por outro lado, a expressão (3.33) pode ser explorada no planeamento de trajectórias para estimar as maiores ou menores dificuldades que serão impostas ao controlador para assegurar a realização do movimento. Importa salientar este aspecto pelo facto de na literatura científica existir alguma falta de uniformidade em certos conceitos e, ao mesmo tempo, as implicações físicas serem pouco claras ou até algo imprecisas. De facto, uma forma simplificada da Equação 3.31 é frequentemente referida como uma condição de realizabilidade (admissibilidade) física do padrão de locomoção desejado. Esta imposição não faz sentido dado não ser lícito separar o planeamento do movimento da estrutura de controlo. Deste modo, no âmbito do controlo inteligente, desde que se assegure a capacidade de controlo, o planeamento de trajectórias não compromete a estabilidade dinâmica do sistema.

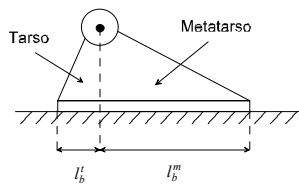
Por outro lado, a observação da locomoção humana comprova que partes significativas do ciclo envolvem a rotação do pé (referir à Secção 2.2.5). Esta situação contrasta com a de outros animais bípedes em que a planta do pé assenta no solo, enquanto flectem a perna de suporte. Como veremos mais adiante, ao longo deste trabalho privilegia-se esta última opção que permite evitar o tratamento da singularidade com a perna totalmente esticada e simplificar os aspectos de controlo. Uma comparação mais exaustiva entre os vários critérios abordados (PVCoM, CoP, ZMP e FRI) pode ser encontrada no Apêndice A.

Se a altura do tornozelo ao solo  $h$  e a massa do pé são ambas nulas, então a condição de estabilidade rotacional do pé assume a seguinte forma:



$$-l_b^t R_n < \tau_1 < l_b^m R_n$$

em que  $l_b^t$  e  $l_b^m$  são, respectivamente, os comprimentos da parte do pé que correspondem às regiões do tarso e do metatarso (Figura 3.16). O facto desta condição ser satisfeita é equivalente a dizer que o CoP permanece dentro dos limites definidos pelo polígono de suporte. Por outro lado, na fase de duplo suporte este ponto pode estar em qualquer sítio dentro da área delimitada pelos pés. Assim, enquanto decorre a transferência de suporte (mudança do CoP entre pés), a condição de estabilidade deve ser alargada de forma a contemplar ambos os pé.



**Figura 3.16** – Divisão do pé em duas regiões: tarso e metatarso.

### 3.5 Conclusões

Este capítulo começou por estabelecer uma comparação entre modelos bípedes envolvendo actuadores rotacionais ou lineares. Este estudo afigura-se útil para compreender os mecanismos específicos da locomoção que poderão ser explorados na formulação de estratégias de controlo. São várias as conclusões retiradas deste estudo, nomeadamente:

- Se o momento do robô em torno do seu centro de massa e a distância do centro de pressão ao centro de massa não variam, então a dinâmica do robô obedece à de um pêndulo simples  $\ddot{\theta} = \frac{g}{l} \sin \theta$ .
- O centro de pressão localizado debaixo do pé pode mover-se de forma a alterar o ponto efectivo de base do pêndulo invertido.
- Ao adicionar inércia, as dinâmicas radial e rotacional tornam-se acopladas uma vez que o momento total inclui o momento da massa em torno do eixo e o momento de inércia em torno do centro de massa.
- A variação do momento das inércias internas (*e.g.*, perna livre) causa uma variação igual e oposta no momento do CoM em torno do ponto de base do pêndulo.

Deste modo, para controlar a progressão do robô durante a fase de suporte singular existem vários mecanismos. Um deles consiste em mover directamente o centro de pressão, localizado debaixo do pé, com o auxílio de um actuador no tornozelo. Por exemplo, o deslocamento do CoP para diante fará com que o robô viaje a menor velocidade do que aconteceria no caso contrário. Do mesmo modo, a inclinação posterior (anterior) do corpo permite que o centro de massa do robô se mova para diante (trás) tornando-o mais rápido (lento) do que no caso de permanecer na vertical. Por último, é possível impelir uma parte da massa interna para alterar a aceleração angular. Este é o caso particular da perna livre cujo movimento para diante provoca a aceleração do corpo. A alteração na velocidade horizontal, ao longo de um ciclo, dependerá da percentagem de tempo que o centro de massa está à frente do centro de pressão em oposição ao período em que está atrás. Deste modo, é possível alterar a velocidade do robô ao longo de vários ciclos através da especificação dos valores inicial e final de  $\theta$  (supondo um pêndulo invertido).

Adicionalmente, são investigadas limitações específicas da locomoção com pernas e que resultam na distinção entre o caminhar e o correr. Em termos qualitativos, destacam-se as imposições no comprimento do passo e no tempo necessário à sua execução:

- O comprimento do passo é limitado pela velocidade máxima a que o corpo se pode mover enquanto é suportado por um pé. Esta velocidade máxima está relacionada com o comprimento da perna e outros factores geométricos e dinâmicos.
- O tempo do passo é limitado pela velocidade máxima da perna livre em oscilação de um extremo ao outro. Esta velocidade máxima está relacionada com a inércia da perna, a largura de banda dos actuadores e a coordenação da perna.

Este capítulo termina com o problema do equilíbrio estático do pé de suporte e as implicações na estabilidade postural durante a fase de suporte singular. A rotação do pé é uma indicação de instabilidade postural, devendo ser tratada cuidadosamente em locomoção dinâmica estável e, por outro lado, devendo ser totalmente evitada em locomoção estaticamente estável. Em contraste com a PVCoM, que é um critério estático, o FRI incorpora a dinâmica do robô. Em oposição ao CoP (equivalente ao ZMP), que não pode sair da área de suporte, o FRI indica o ponto no qual a resultante

da força de reacção deve actuar para manter o pé estacionário. As propriedades do FRI podem beneficiar a monitorização do estado do robô:

- A estabilidade estática do pé durante o ciclo completo.
- A margem de estabilidade ou a severidade da instabilidade.

Ainda que a estabilidade postural de um robô bípede (ou ser humano) esteja relacionada de perto com a estabilidade estática do seu pé, a relação entre estabilidade do pé e a estabilidade global do sistema não é ainda clara. De facto, a simples observação da locomoção humana revela que uma parte significativa do ciclo envolve a rotação do pé.

Como comentário final, é de referir que todos os modelos implementados ao longo deste trabalho foram restritos ao plano sagital. Sendo a aceleração lateral da perna livre útil para manter o equilíbrio, apenas no caso de haver movimento simultâneo nos planos sagital e lateral (*e.g.*, andar em círculos) o acoplamento é então significativo [Chew00][Fowble96][Kuo99][Raibert86]. Deste modo, no tratamento das tarefas de caminhar, já referenciadas, este acoplamento será desprezado. De qualquer modo, quer o tratamento matemático dado ao equilíbrio rotacional do pé quer, mais tarde, os algoritmos de controlo são facilmente aplicados ao plano lateral.